



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO

MODELO

Curso 2009/2010
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = e^x + a e^{-x},$$

siendo a un número real, estudiar los siguientes apartados en función de a :

- (1,5 puntos). Hallar los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (1 punto). Estudiar para qué valor, o valores, de a la función f tiene alguna asíntota horizontal.
- (0,5 puntos). Para $a \geq 0$, hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 2$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Se consideran las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

$$s \equiv \frac{x-5}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$$

- (1,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta t que corta a r y s , y que contiene al origen de coordenadas.
- (1,5 puntos). Determinar la mínima distancia entre las rectas r y s .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Obtener, para todo número natural n , el valor de:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^n$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Discutir razonadamente, en función del parámetro k , el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + ky + z = k + 2 \\ kx + y + z = k \\ x + y + kz = -2(k + 1) \end{cases}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = x^3 - x,$$

se pide:

- (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(-1, f(-1))$.
- (1 punto). Determinar los puntos de intersección de la recta hallada en el apartado anterior con la gráfica de f .
- (1 punto). Calcular el área de la región acotada que está comprendida entre la gráfica de f y la recta obtenida en el apartado a).

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + z = 2 \\ x + \lambda y - z = 4 \\ -\lambda x - y - z = -5 \end{cases},$$

se pide:

- (1 punto). Discutirlo para los distintos valores del parámetro λ .
- (1 punto). Resolverlo cuando el sistema sea compatible indeterminado.
- (1 punto). Resolverlo para $\lambda = -2$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los puntos $A(2, 2, 3)$ y $B(0, -2, 1)$, hallar el punto, o los puntos, de la recta:

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{2}$$

que equidistan de A y B .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv 5x - 4y + z = 0$ y la recta

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

contenida en π , obtener la recta s contenida en π que es perpendicular a r , y que pasa por el origen de coordenadas $0 = (0, 0, 0)$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos.

Resolución del caso $a > 0$, 0,5 puntos.

Resolución del caso $a \leq 0$, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 2. a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. a) Resolución, 1 punto.

b) Resolución, 1 punto.

c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2. a) Discusión, 1 punto.

b) Resolución, 1 punto.

c) Resolución, 1 punto.

Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.